

静电场的主要内容回顾

一、真空中的静电场

基本物理量: $\vec{E}$ V

基本定理:
$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot ds \cdot \cos\alpha = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \end{array} \right.$$

基本计算: $\vec{E}$, V , u_{ab} , W_{ab}

$$W_{ab} = q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_{Pa} - E_{Pb} = q(V_a - V_b) = qU_{ab}$$

① 场强的计算

叠加法

$$\sum \vec{E} = \int d\vec{E}$$

高斯定理法

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i$$

② 电势的计算

叠加法

$$\sum u_i = \int du$$

定义法

$$u_P = \int_P^{\text{零势点}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

一、静止电荷的电场

1、库仑定律

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \vec{e}_{r21} \qquad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$k=1/4\pi\epsilon_0 \approx 9\times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0\text{—真空介电常数}\epsilon_0 = 8.85\times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

2、电场力的叠加原理：

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

3、电场强度的定义： $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

4、静止点电荷的电场及其叠加

静止点电荷的电场 $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$

电场叠加

点电荷： $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$

连续分布电荷： $\vec{E} = \iiint_V \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$

5、电通量——通过面元的电力线条数

$$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS \cdot \cos\alpha$$

6、高斯定理：

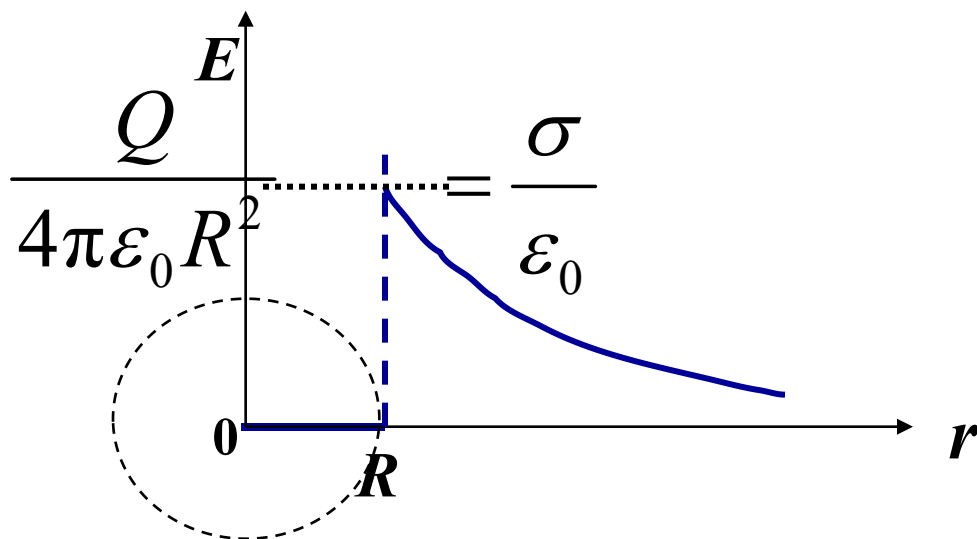
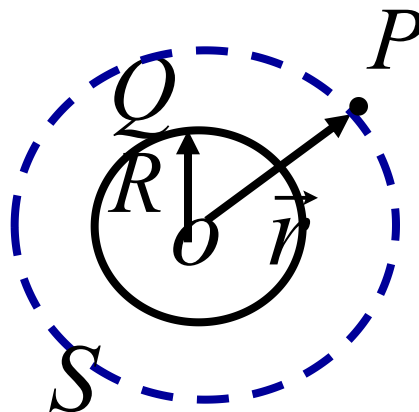
$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{(S)} q_i$$

7、利用高斯定理求静电场的分布

(1) 均匀带电球面

$$r < R \quad E = 0$$

$$r > R \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

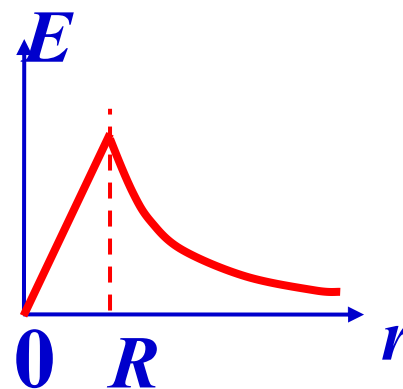


均匀带电球面电场分布

(2) 均匀带电球体

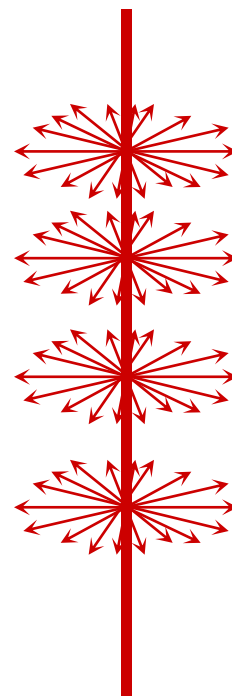
球体内:
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3} \hat{r} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$$

球体外:
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



(3) 均匀带电的无限长的直线

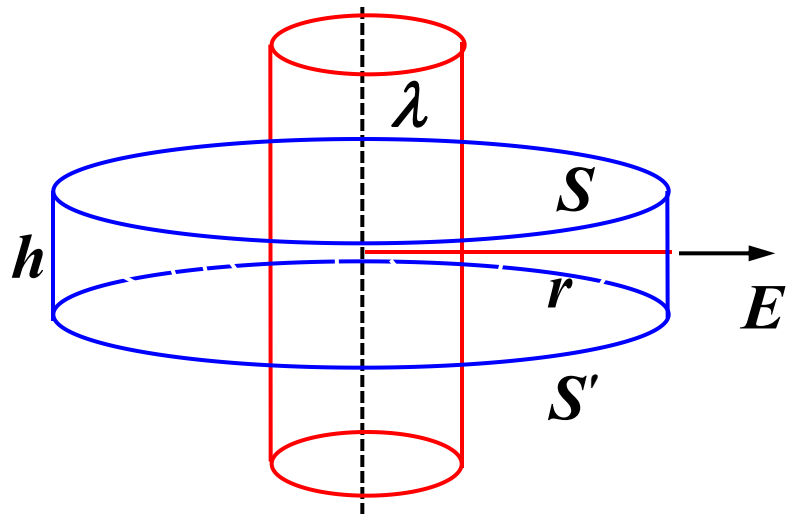
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



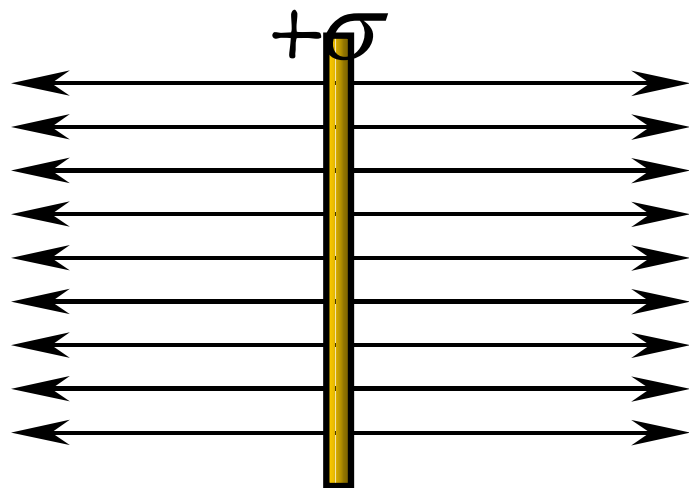
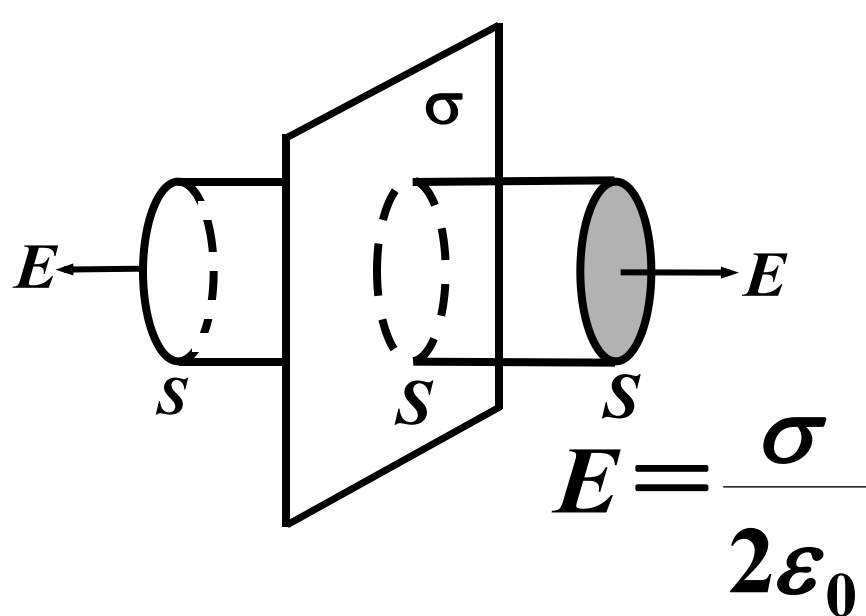
(4) 无限长圆柱面 (线电荷密度 λ)

柱面外 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (r > R)$

圆柱面内 $E = 0, \quad (r < R)$



(5) 带电无限大平板(面电荷密度 σ)



与板垂直的均匀场

8、导体的静电平衡

导体内部和表面无自由电荷的定向移动

导体内部 $E_{\text{内}}=0$, $E_{\text{表面}} \perp \text{表面}$ 。

导体成为等势体, 表面成为等势面。

典型场	场强分布
无限长均匀带电直线	$E = \frac{\lambda}{2 \pi \varepsilon_0 a}$
无限大均匀带电平面	$E = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0}$
无限大均匀带等量异号电荷平行板	$E_{\text{内}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
均匀带电球面	$\vec{E}_{\text{外}} = \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} \hat{r} \quad \vec{E}_{\text{内}} = 0$
均匀带电球体	$\vec{E}_{\text{外}} = \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} \hat{r} \quad \vec{E}_{\text{内}} = \frac{\rho}{3 \varepsilon_0} \vec{r}$
无限长均匀带电圆柱面	$\vec{E}_{\text{外}} = \frac{\lambda}{2 \pi \varepsilon_0 r} \hat{r} \quad \vec{E}_{\text{内}} = 0$

二 电势

(1) 利用电势的定义

电场力的功: $A_{ab} = q_0 U_{ab} = E_{Pa} - E_{Pb}$

电势能: $E_{Pa} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (E_{Pb} = 0)$

电势: $V_a = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (V_b = 0)$

电势差: $V_a - V_b = U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$ (与参考点的选择无关)

对有限大小的带电体的场, 通常选 $V_\infty = 0$.

(2) 利用电势叠加原理

点电荷场: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (V_\infty = 0)$

点电荷系场: $V = \sum_{i=1}^n V_i$

连续带电体场: $V = \int_q dV = \int_q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (V_\infty = 0)$

3、典型场:

均匀带电球面:

$$V = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} & (r \leq R) \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} & (r > R) \end{cases} \quad (\varphi_\infty = 0)$$

三、导体的静电平衡

导体内部和表面无自由电荷的定向移动

导体内部 $E_{\text{内}}=0$ ， $E_{\text{表面}} \perp \text{表面}$ 。

导体成为等势体，表面成为等势面。

四、电容器和介电质

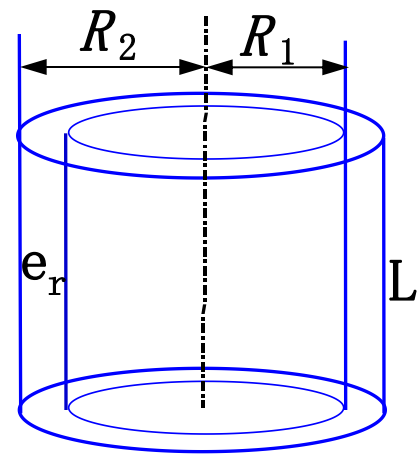
1、电容器及其电容

(1) 孤立导体的电容: $C = \frac{Q}{V}$

(2) 导体的电容: $C = \frac{Q}{U}$

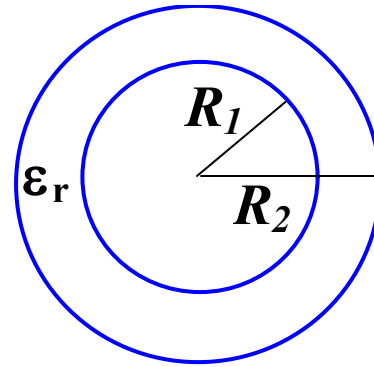
(3) 平板电容器: $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$

(4) 园柱形电容器: $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$



(4) 球形电容器

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



(5) 孤立导体球: $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$

(6) 单位: 法拉 F

(7) 电容器的能量: $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} U Q$

五、D矢量及其高斯定理

定义(引入)电位移矢量: $\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$

D 的高斯定理: 通过任意封闭曲面的电位移矢量的通量, 等于该封闭面所包围的自由电荷的代数和

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0$$

五、静电场能量

5、电场能量密度： $w = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} ED = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\varepsilon}$

电场能量 $W = \int dW = \int_V w dV = \dots$